
Test di Matematica

Scienze Agrarie 28/10/2019



COGNOME NOME

MATRICOLA...

--	--	--	--	--	--

RISPOSTE

1)

--

2)

--

3)

--

4)

--

5)

--

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Matematica

Scienze Agrarie 28/10/2019



1) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^2(x) - x}{x^2}.$$

2) Calcolare, se esiste, l'equazione dell'asintoto orizzontale per $x \rightarrow -\infty$ della funzione

$$f(x) = x e^{1/x}.$$

3) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f(x) = \log(x^2 + 2x + 4)$$

e risolvere l'equazione $f'(x) = 0$.

4) Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$f(x) = \frac{\sin(\log(x))}{\log(x)}.$$

5) Calcolare

$$\int \frac{1}{3x^2 + 2x - 1} dx.$$

SOLUZIONE

1) Basta scrivere

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left[\frac{\sin^2(x)}{x^2} - \frac{1}{x} \right] = -\infty .$$

2) Dal limite

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^{1/x} = -\infty$$

si evidenzia che la funzione non ha asintoto orizzontale per $x \rightarrow -\infty$.

3) La derivata prima di $f(x)$ è data da

$$f'(x) = \frac{2x + 2}{x^2 + 2x + 4} .$$

L'equazione $f'(x) = 0$ ha soluzione se $2x + 2 = 0$ e quindi per $x = -1$ (che fa parte dell'insieme di definizione della funzione).

4) L'insieme di definizione D è dato dai valori reali per i quali $x > 0$ (x è argomento dei logaritmi) e $x \neq 1$ (si annulla il denominatore). Si ha quindi

$$D = (0, 1) \cup (1, +\infty) .$$

5) Il denominatore risulta fattorizzabile come $3x^2 + 2x - 1 = (x + 1)(3x - 1)$. Inoltre

$$\frac{1}{3x^2 + 2x - 1} = -\frac{1/4}{x + 1} + \frac{3/4}{3x - 1}$$

per cui

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{3x^2 + 2x - 1} dx &= -\frac{1}{4} \int \frac{1}{x + 1} dx + \frac{3}{4} \int \frac{1}{3x - 1} dx \\ &= \frac{1}{4} (\log |3x - 1| - \log |x + 1|) + c . \end{aligned}$$